

Contando subvariedades abelianas

Camila Muñoz

19 de julio de 2022

1. Resumen

El objetivo de esta charla es estudiar, para una variedad abeliana de dimensión fija g , el número de subvariedades abelianas de dimensión n y cuyo grado es acotado por un entero t . Luego de algunas reducciones al problema nos concentraremos en el autoproducto de una curva elíptica E^g , donde caracterizaremos el grado en términos de la altura de una variedad Grassmanniana asociada, vía la variedad de Stiefel.

De manera más concreta, dada una variedad abeliana principalmente polarizada (A, \mathcal{L}) , definimos

$$N_A(t, n) = \#\{S \leq A, \text{ subvariedad abeliana} : \dim X = n, \chi(\mathcal{L}|_S) \leq t\}.$$

que corresponde al número de subvariedades abelianas de A de dimensión $n > 1$ y *grado reducido* a lo más t .

Usando herramientas de geometría diofántica, podremos encontrar una estimación asintótica al número $N_A(t, n)$.

Nuestro trabajo extiende lo realizado por Guerra en [3] y [4].

Referencias

- [1] R. Auffarth. *Elliptic curves on abelian varieties*. Preprint. <https://arxiv.org/pdf/1507.08617.pdf> (2014).
- [2] C. Birkenhake and H. Lange. *Complex Abelian Varieties, Grundlehren der mathematischen Wissenschaften*. Springer, 1992.
- [3] L. Guerra, *Elliptic curves of bounded degree in a polarized abelian surface*. Rend. Ist. Mat. Univ. Trieste 48 (2016), 495-508.
- [4] L. Guerra, *Elliptic curves of bounded degree in a polarized abelian variety*, Rend. Istit. Mat. Univ. Trieste Volume 51 (2019), 105–123.
- [5] E. Kani. *Elliptic curves on abelian surfaces*. Manuscripta Math. 84, 199–223 (1994).

- [6] D. Mumford. *Abelian Varieties*. American Mathematical Society, Tata Institute of Fundamental Research Studies in Mathematics, second edition, 2012.
- [7] S.H. Schanuel, *Heights in number fields*, Bull. Soc. Math. France 107 (1979) 433–449.
- [8] W. Schmidt, *Northcott's theorem on heights II. The quadratic case*, Acta Arith. 70(4) (1995).
- [9] I. Shafarevich, A. Remizov, *Linear Algebra and Geometry*. Springer 2013.